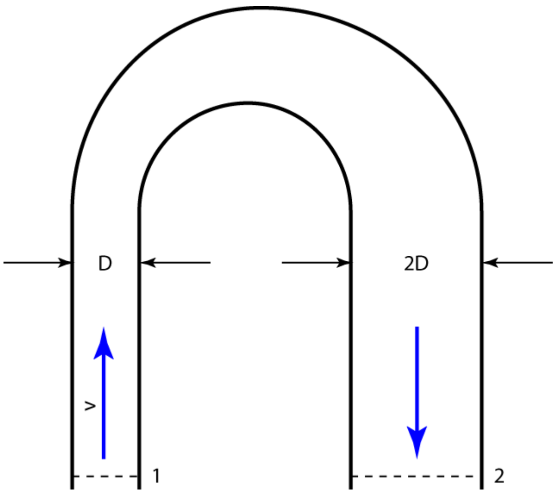
# Hertentamen 26.08.2010

*Gebruik de meegeleverde vellen papier voor het schrijven van de oplossingen van de opgaven. Schrijf je naam, studentnummer en studierichting op de eerste pagina. Nummer alle volgende pagina's. Vergeet niet alle papieren na het examen in te leveren.*

1. Een open, ideaal geroerde tank (volume $V_0$) is voor een half gevuld met zuiver water. Op tijdstip $t = 0$ stroomt aan de ingang van de tank een zoutoplossing met een concentratie $c_0$ het binnen. Het volume debiet bedraagt $\phi_V$. Ook vanaf $t = 0$ stroomt er een volumedebiet ter grootte $\frac{1}{2}\phi_V$ het vat uit. De vragen die beantwoord moeten worden, hebben betrekking op het tijdsinterval tussen $t = 0$ en het moment dat de tank geheel vol is.
   a) Bepaal het verloop van het vloeistofniveau als functie van de tijd.
   b) Stel de differentiaal vergelijking op die de zoutconcentratie in de uitgang van het vat beschrijft.
   c) Bepaal het verloop van de zoutconcentratie in de uitgang van het vat als functie van de tijd.

2. Een cilindervormige leiding is horizontaal opgesteld. De leiding maakt een U-vormige bocht en wordt 2 keer dikker (van een oorspronkelijke diameter *D* naar *2D*, zie figuur). Door dit systeem stroomt de vloeistof van dichtheid *ρ* met snelheid *v* bij punt 1. De toestand is stationair. Dissipatie is verwaarloosbaar. De vloeistof kan als niet-samendrukbaar worden beschouwd.
   a) Bereken de snelheden van water in punt 2.
   b) Bepaal de druk op positie 2 als gegeven is, dat de druk bij punt 1 gelijk aan *P* is.
   c) Bereken de kracht, die de vloeistof op de leiding uitoefent.




3. Een ovenwand bestaat achtereenvolgens uit een laag vuurvaste steen ($\lambda_v = 1{,}21\,\frac{W}{mK}$), een laag isolatiesteen ($\lambda_i = 0{,}080\,\frac{W}{mK}$) en een laag baksteen ($\lambda_b = 0{,}69\,\frac{W}{mK}$). Iedere laag is 10 cm dik. De temperatuur aan de binnenzijde van de wand is 872°C, aan de buitenzijde 32°C. De oven bevindt zich in een stationaire toestand.
   a) Schets het temperatuurprofiel in de ovenwand (een berekening is hiervoor niet noodzakelijk!).

b) Als het oppervlak van de wand 42 $m^2$ is, hoeveel warmte gaat er dan door geleiding per eetmaal verloren?

c) Wat is de temperatuur $T_m$ in het midden van de laag isolatiesteen?

4. Een mottenbal van zuiver naftaleen met een diameter van 1 cm wordt in stilstaande lucht bij de kamertemperatuur (20°C) gehangen.

   a) Bereken de verdampingssnelheid (in kg/s) van de mottenbal op het tijdstip van het ophangen (t=0). Stel $Sh = 2$.

   b) Hoe lang duurt na het ophangen van de mottenbal voordat de laag van 1 mm van het nahtaleen verdampt is? Stel $Sh = 2$. De verandering in de diameter van de mottenbal tijdens het verdampingsproces kan verwaarloosd worden.

   c) Het gebruik van de relatie $Sh = 2$ bij het beantwoorden van de vragen a) en b) is strikt genomen niet geheel correct. Welke bezwaren bestaan er?

   Gegevens betreffende naphtaleen:

   | | |
   |---|---|
   | diffusiecoefficient in lucht: | $D = 0{,}7 \cdot 10^{-5} \frac{m}{s^2}$ |
   | dichtheid: | $\rho = 1150 \frac{kg}{m^3}$ |
   | molgewicht: | $M = 106 \frac{kg}{kmol}$ |
   | dampdruk bij kamertemperatuur: | $p^* = 6{,}58 \cdot 10^{-5}\ bar$ |
   | universele gasconstante: | $R = 8310 \frac{J}{kmol\ K}$ |

a) Massa balans:

$$\frac{d(\rho V)}{dt} = \phi_v \rho - \frac{1}{2}\phi_v \rho$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{2}\phi_v \Rightarrow V(t) = \frac{1}{2}\phi_v t + C$$

$$t_0 = 0 \quad V(0) = C = \frac{1}{2}V_0$$

$$V(t) = \frac{1}{2}\phi_v t + \frac{1}{2}V_0$$

b) Massabalans voor zout concentratie:

$$\frac{d(Vc)}{dt} = \phi_v \cdot c_0 - \frac{1}{2}\phi_v \cdot c$$

$$\frac{d}{dt}(Vc) = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\phi_v \cdot t \cdot c + \frac{1}{2}V_0 c\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\phi_v c + \frac{1}{2}\phi_v \cdot t \cdot \frac{dc}{dt} + \frac{1}{2}V_0 \cdot \frac{dc}{dt}$$

$$\frac{1}{2}\phi_v c + \left(\frac{1}{2}\phi_v \cdot t \cancel{\frac{dc}{dt}} + \frac{1}{2}V_0\right) \cdot \frac{dc}{dt} = \phi_v \cdot c_0 - \frac{1}{2}\phi_v \cdot c$$

$$\left(\frac{1}{2}\phi_v t + \frac{1}{2}V_0\right)\frac{dc}{dt} = \phi_v (c_0 - c)$$

c)

$$\frac{dc}{\cancel{c - c_0}\; c_0 - c} = \frac{\phi_v \, dt}{\frac{1}{2}\phi_v t + \frac{1}{2}V_0}$$

$$-2\ln X + \ln C_2 \, ; \quad u = C_2 \cdot X^{-2}$$

$$= 0 \, ;$$

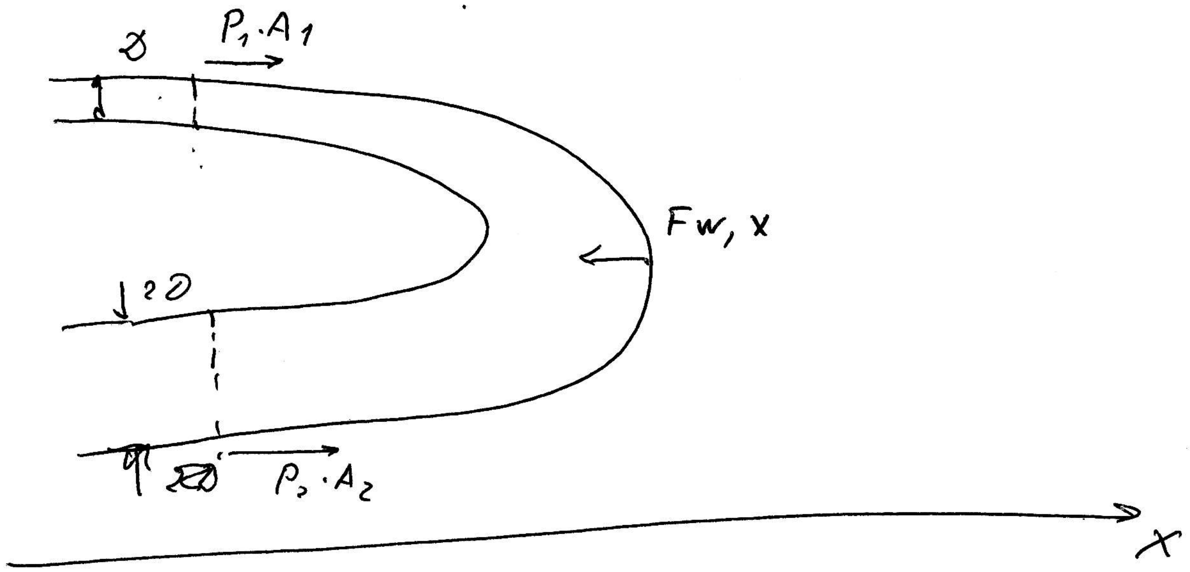
$$C_2 \cdot \left(\frac{1}{2}\phi_v t + \frac{1}{2}V_0\right)^{-2}$$

$$\cdot \left(\frac{1}{2}V_0\right)^{-2} \Rightarrow \quad C_2 = \frac{c_0}{\left(\frac{1}{2}V_0\right)^{-2}}$$

$$\frac{c_0}{\left(\frac{1}{2}V_0\right)^{-2}} \left(\frac{1}{2}\phi_v t + \frac{1}{2}V_0\right)^{-2} =$$

$$c_0 \left(1 + \frac{\phi_v t}{V_0}\right)^{-2}$$

2.




a) Massa balans:

$$\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2$$

$$\rho v \cdot \frac{\pi D^2}{4} = \rho v_2 \cdot \frac{\pi 4D^2}{4}$$

$$v_2 = \frac{v}{4}$$

b). Bernoullie-vergelijking:

$$\frac{P_1}{\rho_1} + \frac{v_1^2}{2} = \frac{P_2}{\rho_2} + \frac{v_2^2}{2}$$

$$P_2 = P_1 + \rho\left(\frac{v_1^2}{2} - \frac{v_2^2}{2}\right) = P_1 + \frac{\rho}{2}\left(v^2 - \frac{v^2}{16}\right) =$$

$$= P_1 + \frac{15}{32}\rho v^2$$

c). Impuls balans in de x-richting:

$$+\rho_1 v_1 A_1 \cdot v_1 + P_1 \cdot A_1 + \rho_2 v_2 A_2 \cdot v_2 + P_2 \cdot A_2 - F_{w,x} = 0$$

$$+\rho v \cdot \frac{\pi D^2}{4} v + P \cdot \frac{\pi D^2}{4} + \rho \frac{v^2}{16} \frac{\pi 4D^2}{4} + \left(P_1 + \frac{15}{32}\rho v^2\right) \cdot \frac{\pi \cdot 4D^2}{4}$$

$$- F_{w,x} = 0$$

$$F_{W,x} = \rho v_1^2 A_1 + P_1 A_1 + \rho v_2^2 A_2 + P_2 A_2$$

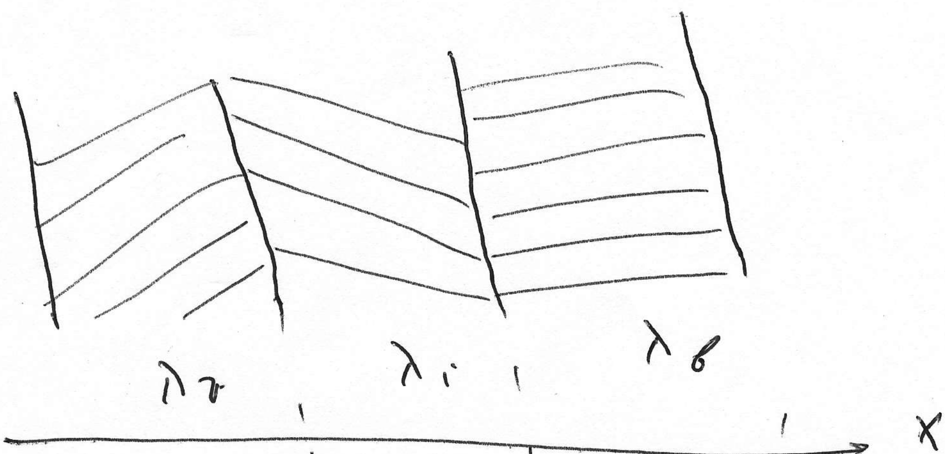
$$F_{W,x} = \underline{\rho A_1}\left(v_1^2 + \frac{P_1}{\rho} + v_2^2\frac{A_2}{A_1} + \frac{P_2}{\rho}\frac{A_2}{A_1}\right) =$$

$$= \rho\cdot\frac{\pi D^2}{4}\left(v^2 + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{16}\cdot 4 + \left(\frac{p}{\rho} + \frac{15}{32}v^2\right)4\right) =$$

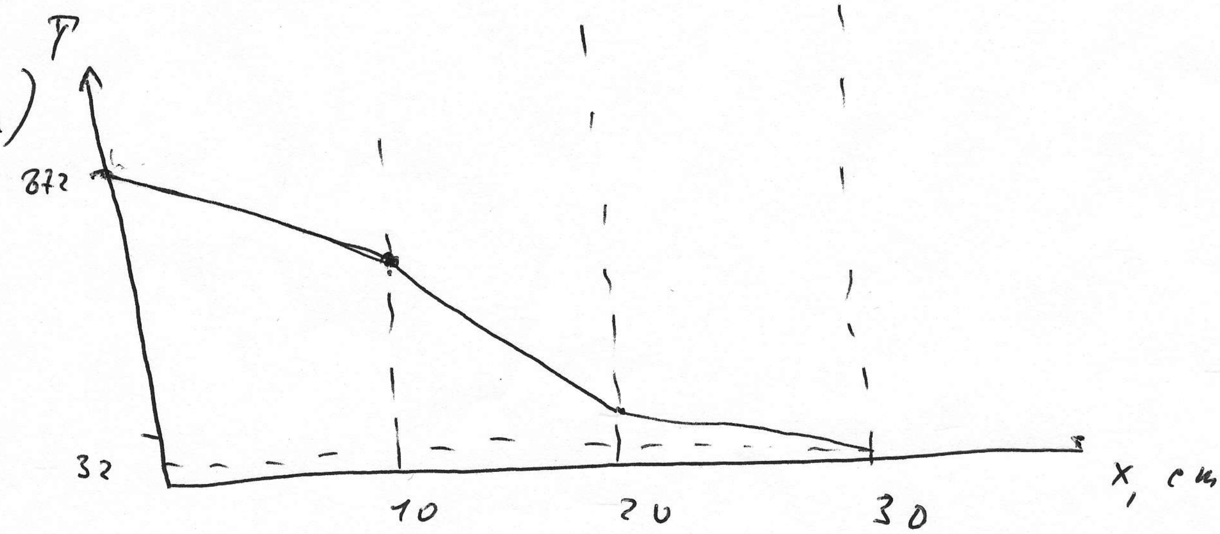
$$= \rho\cdot\frac{\pi D^2}{4}\left(\cancel{\frac{27}{16}v^2}\ \left(1 + \frac{4}{16} + \frac{15}{8}\right)v^2 + 5\frac{p}{\rho}\right) =$$

$$= \rho\frac{\pi D^2}{4}\left(\frac{25}{8}v^2 + 5\frac{p}{\rho}\right)$$

N3




a)



b). $\phi_q = U \cdot A \cdot \Delta T$

Totaal warmte:

$$E = \phi_q \cdot \Delta t = U \cdot A \cdot \Delta T \cdot \Delta t$$

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_v} + \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_b} = \frac{D}{\lambda_v} + \frac{D}{\lambda_i} + \frac{D}{\lambda_b}$$

$$E = \frac{1}{D\left(\frac{1}{\lambda_v} + \frac{1}{\lambda_i} + \frac{1}{\lambda_b}\right)} \cdot A \cdot \Delta T \cdot \Delta t \, :$$

$$E = \frac{1}{0.1 \cdot \left(\frac{1}{1{,}21} + \frac{1}{0{,}08} + \frac{1}{0{,}69}\right)} \cdot 42 \cdot 840 \cdot 24 \cdot 3600 = 2{,}06 \cdot 10^9 \, J$$

c). $\phi_q'' = U \cdot \Delta T = \frac{\lambda}{D}(T_2 - T_1)$

waarin $T_2$ en $T_1$ temperaturen van binnen- en buitenkanten van elke laag zijn.

Voor vuurvaste steen:

$$T_{2v} - T_{1v} = \frac{U \cdot \Delta T \cdot D}{\lambda_v} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\lambda_v}{\lambda_i} + \frac{\lambda_v}{\lambda_b}\right)} \Delta T$$

$$T_{1v} = T_{2v} - \frac{1}{\left(1 + \frac{\lambda_v}{\lambda_i} + \frac{\lambda_v}{\lambda_b}\right)} \Delta T = 872 - \frac{840}{\left(1 + \frac{1{,}21}{0{,}08} + \frac{1{,}21}{0{,}69}\right)} =$$

$$= 825 \, ^\circ C$$

Voor baksteen:

$$T_{2b} - T_{1b} = \frac{1}{\left(\frac{\lambda_b}{\lambda_v} + \frac{\lambda_b}{\lambda_i} + 1\right)} \Delta T \Rightarrow T_{2b} = 32 + \frac{840}{\left(\frac{0{,}69}{0{,}08} + \frac{0{,}69}{1{,}21} + 1\right)}$$

$$\cong 115 \, ^\circ C$$

Temperatuur in het midden van de isolatielaag:

$$T_m = T_{2b} + \frac{T_{1b} - T_{2b}}{2} = 115 + \frac{825 - 115}{2} = 470\,^\circ C$$

N 4

a). $\phi_m = k \cdot A \cdot \Delta c_A$,

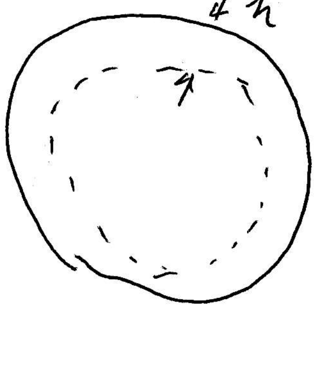
$k = Sh \cdot \frac{D}{L}$ (L is diameter!)

$p^\alpha = \frac{c_A}{\mu} RT \Rightarrow c_A = \frac{p^\alpha \cdot \mu}{RT}$, $c_A(\infty) = 0$

$\Delta c_A = \frac{p^\alpha \cdot \mu}{RT}$

$$\phi_m = Sh \cdot \frac{D}{L} \cdot \pi L^2 \cdot \frac{p^\alpha \cdot \mu}{RT} = Sh \cdot D \cdot \pi L \cdot \frac{p^\alpha \cdot \mu}{RT}$$

$$\phi_m = 2 \cdot 0.7 \cdot 10^{-5} \cdot 3.14 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{6.58 \cdot \cancel{10^{8}} \cdot 106}{8314 \cdot 300} \approx 1.25 \cdot 10^{-10}\ \frac{kg}{s}$$

b). 


$$\phi_m'' \cdot A \cdot \Delta t = \rho \cdot A \cdot h$$

$$\Delta t = \frac{\rho \cdot h}{\phi_m'' \cdot \Delta t} = \frac{\rho \cdot h}{Sh \cdot \frac{D}{L} \cdot \Delta c_A} =$$

$$= \frac{\rho \cdot h}{Sh \frac{D}{L} \frac{p^\alpha \cdot \mu}{RT}} = \frac{\rho h L \cdot RT}{Sh \cdot D \cdot p^\alpha \cdot \mu} = \frac{1150 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2} \cdot 8314 \cdot 300}{2 \cdot 0{,}7 \cdot 10^{-5} \cdot 6{,}58 \cdot \cancel{10^{8}} \cdot 106} =$$

$\approx 2{,}9 \cdot 10^{6}$ s $\approx$ 815 dagen